SUMMENZEICHEN

Regeln und Anwendungen

Gebrauchs des Summenzeichens

$$\sum$$

mit Aufgaben aus vielen Bereichen

für Angela

Datei Nr. 40600

Stand: 6. Oktober 2010

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Der Gebrauch des Summenzeichens kommt in Lehrbüchern fast immer zu kurz. Ich kam daher einem Wunsch nach, dem Summenzeichen $\sum$ doch einen Text auf der Mathe-CD zu widmen.

Recherchen im Internet zeigten mir, dass sich die meisten Autoren mit wenigen Seiten begnügen.

Doch als ich dann begonnen hatte zusammenzustellen, was alles in diesen Text hinein soll, wurde dieser immer länger und hat jetzt weit über 50 Seiten, inklusive der vielen Trainingsaufgaben samt Lösungen, die eigentlich dringend erforderlich sind.

Ich lasse diesem Text 40600 im Laufe des Jahres 2010 drei weitere folgen:

40601 enthält Trainingsaufgaben dieses Textes samt Lösungen, sozusagen als ausgegliederte Aufgabensammlung.

40610 wird Beispiele und Aufgaben enthalten, die aus Bereichen der Mathematik stammen, wo man das Summenzeichen benötigt.

40620 wird die Handhabung des Produktzeichens $\prod$ erläutern.

Torgelow am See, 10. Juni 2010

Inhalt

1. Werte mit Funktionstermen berechnen und dann addieren

Einführungsbeispiel 1 - Erklärung der Hintergründe

Wir stellen uns die Aufgabe, die geraden Zahlen von 2 bis 40 zu addieren. Die Summe s_1 kann man so schreiben: $s_1 = 2+4+6+8+10+12+...+38+40$.

Man sieht sofort: Will oder kann man nicht alle benötigten Zahlen aufschreiben, weil es sich um zu viele Summanden handelt, besteht eine mögliche Abkürzung darin, Punkte einzufügen. Das bedeutet: Es soll „**so**“ wie begonnen weiter gehen.

Mit „**so**“ meint man, dass es klar sein muss, welche Zahlen durch die Punkte ersetzt werden. Die Berechnungsvorschrift für die fehlenden Summanden sollte bekannt sein.

Berechnungsvorschriften sind zum Beispiel **Funktionsterme**. Für die Berechnung gerader Zahlen kann man beispielsweise die Funktion g mit der Vorschrift $g(x) = 2x$ verwenden. Man muss aber zusätzlich vereinbaren, dass man für x nur natürliche Zahlen einsetzen darf.

Der Begriff Definitionsbereich beschreibt die Menge der Zahlen, zu denen man einen Funktionswert berechnen kann und soll.

Damit $g(x) = 2x$ die Menge der geraden Zahlen $\{2;4;6;...\}$ liefert, muss man ihr den Definitionsbereich $\mathbb{N} = \{1;2;3;...\}$ zuweisen.

Bei Beschränkung auf natürliche Zahlen verwendet man meist die Variable n statt x.

Die Funktionsgleichung wird dann so geschrieben: $\boxed{g(n) = 2n}$.

Funktionen mit dem Definitionsbereich $\mathbb{N} = \{1;2;3;...\}$ nennt man **Zahlenfolgen,** kurz **Folgen**.

Ihre Berechnungsvorschrift wird meistens so geschrieben: $\boxed{a_n = 2n}$.

Dabei verwendet man für n keine Klammern, sondern schreibt die Variable n als Index.

Die folgende Tabelle zeigt die Berechnung der geraden Zahlen durch g(n) bzw. a_n.

n	$g(n) = 2n$	$a_n = 2n$
1	$g(1) = 2\cdot 1 = 2$	$a_1 = 2\cdot 1 = 2$
2	$g(2) = 2\cdot 2 = 4$	$a_2 = 2\cdot 2 = 4$
3	$g(3) = 2\cdot 3 = 6$	$a_3 = 2\cdot 3 = 6$
4	$g(4) = 2\cdot 4 = 8$	$a_4 = 2\cdot 4 = 8$
...	...	....
19	$g(19) = 2\cdot 19 = 38$	$a_{19} = 2\cdot 19 = 38$
20	$g(20) = 2\cdot 20 = 40$	$a_{20} = 2\cdot 20 = 40$

Es handelt sich in den Spalten 2 bzw. 3 um genau die Zahlen, die zur Summe s_1 addiert werden.

Zurück zu unserer Summenberechnung $\boxed{s_1 = 2+4+6+8+10+12+...+38+40}$.

Die Summenbildung wird klarer, wenn man sie etwa so beschreibt:

Addiere für s_1 alle Werte, die die Funktion $g(n) = 2n$ liefert,
wenn man für n die Zahlen 1 bis 20 einsetzt.

Damit kann man unsere Summe s_1 auch so darstellen:

$$s_1 = g(1)+g(2)+g(3)+g(4)+g(5)+g(6)+...+g(19)+g(20) \qquad (1)$$

Jetzt ist es viel klarer zu erkennen: Die fehlenden Summanden sind $g(7)$ bis $g(18)$.

Einschub (**Beispiel 2)**:

Bei manchen Summen entsteht das Problem, dass man nicht genau weiß, welche Zahlen durch die Punkte ersetzt worden sind. Bei dem einfachen Beispiel der geraden Zahlen wird es sicher nicht auftreten, aber für eine Summe wie $\boxed{s_2 = 2+9+28+...+1001}$ benötigt man schon eine ausführliche Erklärung. Sie lautet in diesem Fall:

Die Summe s_2 besteht aus Werten der Funktion $h(n) = n^3+1$: $\boxed{s_2 = h(1)+h(2)+h(3)+...+h(10)}$.

Die Summenbildung wird klarer, wenn man sie etwa so beschreibt:

Addiere für s_2 alle Werte, die die Funktion $h(n) = n^3+1$ liefert,
wenn man für n die Zahlen 1 bis 10 einsetzt.

Die fehlenden Summanden sind $h(4)$ bis $h(9)$.

An dieser Stelle kommt nun das Summenzeichen $\sum$ ins Spiel. Man liest es „Sigma“.
Dieses Zeichen ist das große griechische „S“ und steht für den Befehl „Summiere…“.

Die Gleichung $\boxed{s_1 = g(1)+g(2)+g(3)+g(4)+g(5)+g(6)+...+g(19)+g(20)}$

kürzt man damit so ab: $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} g(n)}$

$\boxed{\sum_{n=1}^{20} g(n)}$ liest man so: **„Summe der Werte g(n) für n von 1 bis 20.“**

Der Befehl lautet also: **Summiere g(1) bis g(20).**

Man entnimmt der Schreibweise mit dem Summenzeichen

erstens, dass man Funktionswerte vom Typ g(n) addieren soll

und zweitens, dass man für n der Reihe nach die Zahlen 1 bis 20 einsetzen soll.

Das setzt man so um: $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} g(n) = g(1)+g(2)+..+g(20)}$

Statt mit der Funktionsschreibweise g(n) oder h(n) usw. zu arbeiten, verwendet man häufiger die Schreibweisen a_n für Zahlenfolgen:

Die Gleichung $\boxed{s_1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + \ldots + a_{19} + a_{20}}$

kürzt man damit so ab: $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} a_n}$

$\boxed{\sum_{n=1}^{20} a_n}$ liest sich so: **„Summe der Werte a_n für n von 1 bis 20."**

Der Befehl lautet also: **Summiere a_1 bis a_{20}.**

Man entnimmt der Schreibweise mit dem Summenzeichen

erstens, dass man Folgenglieder vom Typ a_n addieren soll

und zweitens, dass man für n der Reihe nach die Zahlen 1 bis 20 einsetzen soll.

Das setzt man so um: $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}}$

Es gibt eine dritte Darstellungsmöglichkeit für Summen.

Bisher haben wir Funktionsterme g(n) oder Folgenglieder a_n addiert. Stattdessen kann man auch den Funktionsterm hinter das Summenzeichen schreiben und erhält:

$\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} 2n}$ statt $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} g(n)}$ bzw. $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} a_n}$

Dieser Befehl heißt: **Summiere die Werte, die der Term 2n liefert, wenn man der Reihe nach die Zahlen von 1 bis 20 für n einsetzt.**

$\sum_{n=1}^{20} 2n$ liest sich so: **„Summe über 2n für n von 1 bis 20."**

Ausführung des Befehls: $s_1 = \sum_{n=1}^{20} 2n = \underbrace{\boxed{2n}}_{n=1} + \underbrace{\boxed{2n}}_{n=2} + \ldots + \underbrace{\boxed{2n}}_{n=19} + \underbrace{\boxed{2n}}_{n=20}$

Oder ausführlicher: $\boxed{s_1 = \sum_{n=1}^{20} 2n = \boxed{2 \cdot 1} + \boxed{2 \cdot 2} + \ldots + \boxed{2 \cdot 19} + \boxed{2 \cdot 20}}$

Oder gleich so: $s_1 = \sum_{n=1}^{20} 2n = \boxed{2} + \boxed{4} + \ldots + \boxed{38} + \boxed{40}$

Zusammenfassung

Eine Summe aus Funktionswerten oder Gliedern einer Zahlenfolge lässt sich unter Verwendung des Summenzeichens mathematisch kürzer schreiben.

Mit $\sum_{n=a}^{b} g(n)$ kann man eine Summe von Funktionswerten g(n) beschreiben, wobei man für n die angegebenen Zahlen von a bis b einsetzen soll.

Mit $\sum_{n=a}^{b} a_n$ kann man eine Summe von Gliedern einer Zahlenfolge beschreiben, wobei man für n die angegebenen Zahlen von a bis b einsetzen soll.

Mit $\sum_{n=a}^{b} 2n$ kann man eine Summe von Werten des Terms „2n“ beschreiben, wobei man für n die angegebenen Zahlen von a bis b einsetzen soll.

Die Bezeichnungen der Funktionen, Zahlenfolgen, Terme oder Variablen können natürlich variieren.

Spezialfall

$s_2 = \sum_{n=1}^{12} 8$ heißt, dass man 12 Summanden bilden soll, und diese ändern sich nicht, denn sie „heißen“ alle 8.

Ausführlich: $s_2 = \sum_{n=1}^{12} 8 = 8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8$

Kürzer: $s_2 = \sum_{n=1}^{12} 8 = 12 \cdot 8$

MERKE: $\sum_{n=1}^{r} k = r \cdot k$

HINWEIS

Wenn der Summationsbereich bekannt ist, darf man auch diese abkürzende Schreibweise verwenden: $\sum_{k} a_k$

In diesem 1. Abschnitt wollen wir nur üben, wie man Summenbefehle in verständliche Additionsausdrücke „übersetzt“.

Es geht NICHT darum, diese Summen zu berechnen.

Beispiel 3: Summierung ungerader Zahlen durch $s_3 = \sum_{n=1}^{50}(2n-1)$

Man erkennt am Summenzeichen, dass man addieren muss. Die Summanden entstehen durch Ersetzen der Variablen n durch die angegebenen Zahlen, die von 1 bis 50 gehen. Also sind 50 Zahlen zu addieren.

Man summiert also der Reihe nach die Werte, die der Term $\boxed{2n-1}$ liefert, wenn man für n die Zahlen von 1 bis 50 einsetzt. Dies lässt sich symbolisch so darstellen:

$$s_3 = \sum_{n=1}^{50}(2n-1) = \underset{\text{für } n=1}{\boxed{2n-1}} + \underset{\text{für } n=2}{\boxed{2n-1}} + \underset{\text{für } n=3}{\boxed{2n-1}} + \ldots + \underset{\text{für } n=49}{\boxed{2n-1}} + \underset{\text{für } n=50}{\boxed{2n-1}}$$

Oder so: $$s_3 = \sum_{n=1}^{50}(2n-1) = \boxed{2\cdot\mathbf{1}-1} + \boxed{2\cdot\mathbf{2}-1} + \boxed{2\cdot\mathbf{3}-1} + \ldots + \boxed{2\cdot\mathbf{49}-1} + \boxed{2\cdot\mathbf{50}-1}$$

Oder so: $$s_3 = \sum_{n=1}^{50}(2n-1) = 1 + 3 + 5 + \ldots + 97 + 99$$

Mit etwas Übung kann man gleich die 3. Berechnungsvariante hinschreiben.
Oft schreibt man nur die ersten beiden und dann noch den letzten Summanden auf:

$$s_3 = \sum_{n=1}^{50}(2n-1) = 1 + 3 + \ldots + 99$$

Zusatz: Variationen zu dieser Summenschreibweise

Wir haben gesehen, dass der Term 2n - 1 ***ungerade Zahlen*** liefert.
Mit diesem Term kann man eine Funktion definieren und dann deren Werte addieren

Mit $f(n) = 2n-1$ ergibt sich die Summe s_2 so: $s_3 = \sum_{n=1}^{50} f(n) = f(1) + f(2) + \ldots + f(50)$

Man kann aber auch eine Zahlenfolge b_n definieren und deren Glieder addieren:

Mit $b_n = 2n-1$ ergibt sich die Summe s_2 so: $s_3 = \sum_{n=1}^{50} b_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_{50}$.

Wie man die Summe der 50 ungeraden Zahlen schnell berechnet, lehrt uns die Theorie der algebraischen Folgen und Reihen. Weiter gehende Anwendungsbeispiele findet man später in 40610.

Beispiel 4: $\boxed{s_4 = \sum_{i=0}^{49}(2i+1)}$ Vergleiche zuerst diese Summe mit s_3 (Seite zuvor).

Gegenüber Beispiel 3 wurde in dieser Aufgabe zweierlei verändert.

Zuerst einmal habe ich an Stelle der Variablen n die Variable i verwendet. Das ändert nichts. Der Buchstabe i wird oft verwendet und soll an das Wort „Index“ erinnern. Darunter versteht man einen tief gestellten Platzhalter. Etwa in $a_i = 2i+1$. Sehr oft verwendet man auch den Index k.

Als nächstes fällt auf, dass jetzt die Zahlen, die für i eingesetzt werden, bei 0 beginnen. Es kann aber auch jede andere Zahl als **Startzahl** angegeben sein!

Um etwas Einblick zu bekommen, kann man vorab einige Werte des Terms 2i+1 berechnen:

Für i = 0: $a_0 = 2\cdot 0+1=1$
Für i = 1: $a_1 = 2\cdot 1+1=3$
Für i = 2: $a_2 = 2\cdot 2+1=5$
…
Für i = 49: $a_{49} = 2\cdot 49+1=99$

Man sieht, dass diese Rechenvorschrift dieselben ungeraden Zahlen liefert, die uns der Term $2n-1$ aus Beispiel 3 gebracht hat. Nur berechnen sich diese 50 ungeraden Zahlen auf eine andere Weise.

Und so kann man diese Summe s_4 ausführlich aufschreiben:

$$s_4 = \sum_{i=0}^{49}(2i+1) = \underbrace{\boxed{2i+1}}_{\text{für } i=0} + \underbrace{\boxed{2i+1}}_{\text{für } i=1} + \underbrace{\boxed{2i+1}}_{\text{für } i=2} + \ldots + \underbrace{\boxed{2i+1}}_{\text{für } i=49}$$

Oder so: $$s_4 = \sum_{i=0}^{49}(2i+1) = \boxed{2\cdot 0+1} + \boxed{2\cdot 1+1} + \boxed{2\cdot 2+1} + \ldots + \boxed{2\cdot 49+1}$$

Oder so: $$\boxed{s_4 = \sum_{i=0}^{49}(2i+1) = 1+3+5+\ldots+97+99}$$

Zusatz:

Wer wissen will, auf welche Weisen man dieselbe Summe noch darstellen kann, der lese hier weiter.

Wir haben in Beispiel 1 gesehen, dass der Term $2n$ stets gerade Zahlen liefert. Der Grund ist ersichtlich, denn alle diese sich daraus ergebenden Werte haben den Faktor 2, sind also gerade.
Addiert man zu einer geraden Zahl eine ungerade Zahl, entsteht eine ungerade Zahl.
Dies geschieht auch, wenn man von einer geraden Zahl eine ungerade subtrahiert.
Daher liefert in Beispiel 3 der Term $2n - 1$ nur ungerade Zahlen, und hier ebenso der Term 2n + 1.
Wer will, denkt sich beliebige andere Beispiele aus (vielleicht $2n+13$). Sofort wird klar, dass die geraden Zahlen, die der Term 2n lieferte, zu ungeraden Zahlen werden, wenn man stets 13 addiert.

Es ist nur die Frage, *welche* Zahlen für n zu verwenden sind, damit die Werte 1, 3, … 99 entstehen:

Für n = 1: $a_1 = 2\cdot 1 + 13 = 15$
Für n = 2: $a_2 = 2\cdot 2 + 13 = 17$
usw.

Für welches n erhält man aber die „erste" ungerade Zahl 1? Wann also ist $2n+13=1$?

Die Lösung dieser Gleichung ist n = -6: $2\cdot(-6)+13=-12+13=1$.

Und für welches n erhält man 99? Aus $2n+13=99$ folgt $2n=86$ also $n=43$.

Somit haben wir herausgefunden, dass man die Summe s_3 auch so darstellen kann:

$$s_3 = \sum_{n=-6}^{43}(2n+13)$$

Wir wollen dies nochmals ausführlich überprüfen:

$$s_3 = \sum_{n=-6}^{43}(2n+13) = \underbrace{\boxed{2n+13}}_{\text{für } n=-6} + \underbrace{\boxed{2n+13}}_{\text{für } n=-5} + \underbrace{\boxed{2n+13}}_{\text{für } n=-4} + \ldots + \underbrace{\boxed{2n+13}}_{\text{für } n=43}$$

Oder so: $s_3 = \sum_{n=-6}^{43}(2n+13) = \boxed{2\cdot(-6)+13} + \boxed{2\cdot(-5)+13} + \boxed{2\cdot(-4)+13} + \ldots + \boxed{2\cdot 43+13}$

Oder so: $s_3 = \sum_{n=-6}^{43}(2n+13) = 1+3+5+\ldots+99$

Trainingsaufgaben

Aufgabe 1 Zeige, dass die folgenden Summen ebenfalls s_3 darstellen:

a) $\sum_{n=19}^{68}(2n-37)$ b) $\sum_{k=-27}^{22}(2k+55)$

Aufgabe 2 Welche der folgenden Summe ist identisch zu $s_1 = \sum_{n=1}^{20} 2n = 2+4+6+\ldots+40$?

a) $\sum_{n=34}^{53}(2n-66)$ b) $\sum_{i=-7}^{13}(2n+14)$

Korrigiere die nicht passende Summe.

Aufgabe 3 <u>Berechne</u> das Ergebnis der folgenden Summen.

a) $\sum_{n=5}^{11} n$ b) $\sum_{n=-1}^{5}(n+6)$ c) $\sum_{i=23}^{29}(i-18)$

d) $\sum_{i=1}^{20} 5$ (Hier fehlt kein n!!!)

Aufgabe 4 <u>Berechne</u> $\sum_{i=3}^{6} a_i$ für diese Zahlenfolgen:

a) $a_n = 3n$ b) $a_n = 3n+5$ c) $a_n = 4n-2$

d) $a_n = 1-n$ e) $a_n = n^2$ f) $a_n = \frac{1}{n}$

Beispiel 5: $\boxed{s_5 = \sum_{n=0}^{6} (n+1)^2}$

Hier werden ganz offensichtlich ebenfalls Quadratszahlen addiert. Doch die Basis der Quadrate ist zunächst der Term n + 1. Die Summe besteht aus 7 Quadratzahlen.

Die folgenden Schreibweisen veranschaulichen Schritt für Schritt, wie man vorgehen kann.
So bildet man die 7 Summanden:

$$s_5 = \sum_{n=0}^{6} (n+1)^2 = \underbrace{\boxed{(n+1)^2}}_{\text{für } n=0} + \underbrace{\boxed{(n+1)^2}}_{\text{für } n=1} + \underbrace{\boxed{(n+1)^2}}_{\text{für } n=2} + \ldots + \underbrace{\boxed{(n+1)^2}}_{\text{für } n=6}$$

Und so werden sie berechnet:

$$s_5 = \sum_{n=0}^{6} (n+1)^2 = \boxed{(0+1)^2} + \boxed{(1+1)^2} + \boxed{(2+1)^2} + \ldots + \boxed{(6+1)^2}$$

Dies ist eine erste akzeptable Schreibweise:

$$s_5 = \sum_{n=0}^{6} (n+1)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2$$

Und so sieht die Summe wirklich aus.

$$s_5 = \sum_{n=0}^{6} (n+1)^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49$$

Das Ergebnis ist übrigens 140.

Zusatz: Auch die folgenden Summen addieren Quadratzahlen:

$$\sum_{i=3}^{7} (i-5)^2 = (3-5)^2 + (4-5)^2 + \ldots + (7-5)^2 = (-2)^2 + (-1)^2 + \ldots + 2^2 = 4+1+0+1+4 = 10$$

$$\sum_{k=-2}^{2} (2k+6)^2 = (2\cdot(-2)+6)^2 + (2\cdot(-1)+6)^2 + (2\cdot 0+6)^2 + (2\cdot 1+6)^2 + (2\cdot 2+6)^2$$

$$= 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2 = 4 + 16 + 36 + 64 + 100 = 220$$

Trainingsaufgaben

Aufgabe 5 Berechne die folgenden Summen von Quadratzahlen:

a) $\sum_{n=0}^{6} (n+14)^2$ b) $\sum_{k=2}^{7} (2k-3)^2$

c) $\sum_{k=-1}^{4} (5k-4)^2$ d) $\sum_{i=5}^{8} (20-3i)^2$

Beispiel 6: $s_6 = \sum\limits_{n=0}^{6}\left(\frac{1}{2}n^2 - 3n + 2\right)$

Jetzt liegt ein Term vor, der als Beispiel für eine aufwändige Berechung stehen soll.
Und so ermittelt man diese Summe:

Man benötigt die 7 zu addierenden Funktionswerte, die man so berechnet:

$$s_6 = \sum_{n=0}^{6}\left(\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2\right) = \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2}}_{\text{für } n=0} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2}}_{\text{für } n=1} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2}}_{\text{für } n=2} + \ldots + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2}}_{\text{für } n=6}$$

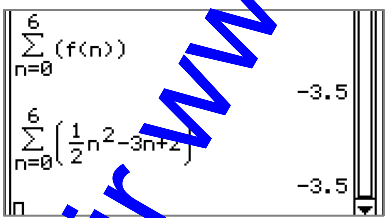
Und so werden sie dann berechnet:

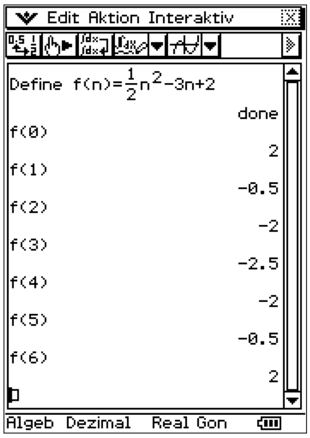
$$s_6 = \sum_{n=0}^{6}\left(\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2\right) = \underbrace{\boxed{0+0+2}}_{\text{für } n=0} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2} - 3 + 2}}_{\text{für } n=1} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}\cdot 4 - 3\cdot 2 + 2}}_{\text{für } n=2} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}\cdot 9 - 3\cdot 3 + 2}}_{\text{für } n=3} +$$
$$+ \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}\cdot 16 - 3\cdot 4 + 2}}_{\text{für } n=4} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}\cdot 25 - 3\cdot 5 + 2}}_{\text{für } n=5} + \underbrace{\boxed{\tfrac{1}{2}\cdot 36 - 3\cdot 6 + 2}}_{\text{für } n=6}$$

Das sind die 7 Funktionswerte, die man addieren soll:

$$s_6 = \sum_{n=0}^{6}\left(\tfrac{1}{2}n^2 - 3n + 2\right) = 2 + (-0{,}5) + (-2) + (-2{,}5) + (-2) + (-0{,}5) + 2$$

Rechts die Berechnung der 7 Werte mit einem CAS-Rechner.
Und darunter 2 unterschiedliche Befehle zur Berechnung dieser Summe:





Nochmals zum Nachdenken:

Würde man nur die ersten 3 und den letzten Summanden notieren, wäre diese Summe völlig unklar: $s_6 = 2 + (-0{,}5) + (-2) + \ldots + 2 = ???$

Wegen dieser Mehrdeutigkeit kann hier die abkürzende Schreibweise mit den drei Punkten … nicht verwendet werden.

Trainingsaufgaben

Aufgabe 6 Berechne die folgenden Summen:

a) $\sum\limits_{n=-1}^{5}\left(n^2 + 2n - 1\right)$ b) $\sum\limits_{n=2}^{8} f(n)$ mit $f(n) = \frac{1}{4}n^2 + 3$

c) $\sum\limits_{n=1}^{5}\left(\frac{n+1}{n}\right)$ d) $\sum\limits_{n=3}^{6}\frac{24}{n^2}$